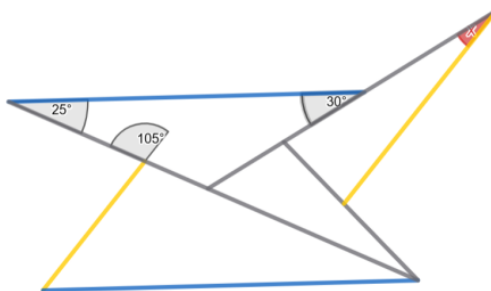




16. ÚHLOVÁ ÚLOHA

Jaká je velikost červeného úhlu x ? (Víte, že vyznačené úhly jsou zleva 25° , 105° , 30° a žluté a modré úsečky jsou rovnoběžné. Zadejte ve stupních.)



17. BRKOŘEKA

Oskar, Lukáš, Ráďa a Tonda se potřebují dostat z jednoho břehu řeky na druhý. Bohužel ale mají pouze jedny siamské brkoplavky, do kterých se najednou vejdou maximálně dva. Najednou tedy mohou řeku přeplavávat maximálně dva, a to pouze pokud na jejich břehu jsou plavky. Oskar řeku přeplave za 1 minutu, Lukáš za 2 minuty, Ráďa za 5 minut a Tonda za 10. Pokud plavou dva spolu, budou plavat rychlostí toho pomalejšího. Za kolik minut můžou být nejdříve všichni na druhém břehu?

18. ZA SEDMERO HORAMI

Libovolné přirozené číslo můžeme redukovat pomocí jeho ciferného součtu až na jednociferné číslo. Např. číslo 987 zredukujeme na $9 + 8 + 7 = 24$ a to zredukujeme na $2 + 4 = 6$. Redukce čísla 987 je tedy číslice 6. Kolik existuje čísel do 999, která se zredukují na číslici 7?

19. PROCHÁZENÍ

Máme kvadratický polynom, který má v bodech 1, 2, 3 následující funkční hodnoty: $f(1) = 18$, $f(2) = 38$, $f(3) = 64$. Najděte tento polynom a jako řešení zapište absolutní hodnoty jeho koeficientů za sebe, např. 1213 pro $x^2 - 21x + 3$.

20. SVANIČKA

Anička má vždy po učení matematiky velký hlad, proto se rozhodla všem 30 žákům sníst svačinu. Aby to bylo zajímavé, žáky nechala sednout do kružnice, rovnoměrně daleko od sebe. Aniččino svačení probíhalo následovně: sní někomu svačinu, jde po směru hodinových ručiček. Počítá si, okolo kolika žáků, kteří ještě mají svačinu, prošla. Jakmile narazí na sedmého takového žáka, sní mu svačinu a dále pokračuje stejným způsobem. (Jakmile tedy zbyde poslední žák, chuděra Anička musí obejít 7 kol, než mu bude moci sníst svačinu.) Skončí, když sní poslední svačinu. Kolik celkem ujde úhlových stupňů kolem kružnice?

21. RÁĎA S LEOU PERMUTUJÍ

Na stole jsou v řadě papírky s čísly 1 až 12 seřazené vzestupně. Prvně přijde Lea a zamíchá je opět do řady tak, že číslo, které bylo na daném místě původně, má stejný zbytek po dělení třemi jako nové číslo. Potom přijde Ráďa a opět čísla zamíchá, tentokrát tak, že nová čísla mají stejnou paritu jako ta, která byla na daném místě po Leině zamíchání. Kolik je možností, jak řada čísel vypadá na konci?

22. PALILAP

Kolik je sedmiciferných palindromů takových, že po vynásobení jedenácti už nebudou palindromem?

23. VOLEJBALOVÝ TURNAJ

Štěpán hrál volejbal a za stavu 24 : 23 (pro něj) začalo pršet. Protože už nebyl čas set dohrát, týmy se dohodly, že si o každý další bod hodí minci. Soupeř ale vytáhl falešnou minci a bude mu padat rub s pravděpodobností $\frac{2}{3}$. (Štěpán získá bod, pokud na minci padne líc.) S jakou pravděpodobností Štěpán set vyhraje, pokud se hraje do 25 bodů, přičemž výsledný stav musí být o dva?

24. PRÁVNICKÉ BEZPRÁVÍ

Kačka skládá zkoušku z pracovního práva. Čeká ji test o 10 otázkách s třemi odpověďmi, kde 0 – 3 odpovědi je správně. Aby zkoušku zvládla, musí mít alespoň 7 otázek dobře, přičemž u každé odpovědi si je jistá jen na 90 %. S jakou pravděpodobností úspěšně zvládne zkoušku?

25. DEVYTELÉ

Dělitele $n > 1$ čísla a nazveme Devytelem, pokud $(n + 1) \mid a$. Najděte nejmenší číslo k takové, že k má právě 4 Devytele a $2k$ má právě 7 Devytlů.

26. BABIČKA ZABÍJÍ SLIMÁKY NA POLI

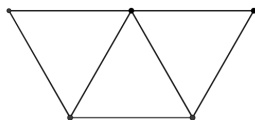
Babička má pole tvaru kruhu o poloměru 1 km. Pole však napadli slimáci. Babička vlastním tělem chránila pravidelný n -úhelník vepsaný kruhu. Pak se ale unavila a poslala místo sebe hlídat jejího vlčáka Štěpána, který hlídá pravidelný $2n$ -úhelník vepsaný kruhu. Za předpokladu, že Štěpán uhlídá *přibližně* $1,0094 \times$ větší plochu než babička, určete $n \in \mathbb{N}$.

27. FOODCOURT

Ve foodcourtu jsou tři fastfoody: TerkaTaco, LeaLívance a PeťaPho. Uvažujme zákazníky, kteří chodí do foodcourtu každý den a vybírají si právě jeden z fastfoodů. Pokud zákazník jeden den navštíví PeťaPho, další den jej navštíví s 90% pravděpodobností. Pro LeaLívance a TerkaTaco je tato pravděpodobnost 80 %. Pokud se zákazník rozhodne změnit fastfood, vybere si náhodně mezi zbývajícimi dvěma, a to se stejnou pravděpodobností. Najděte takové rozdělení zákazníků mezi obchody, při kterém bude podíl zákazníků navštěvujících jednotlivé obchody konstantní, tj. pokud v jeden den navštěvovalo fastfoody (p_1, p_2, p_3) % zákazníků, další den bude fastfoody opět navštěvovat (p_1, p_2, p_3) % zákazníků. Jako odpověď zadejte podíl zákazníků takto navštěvujících TerkaTaco.

28. OLYMPIÁDNÍ MATEMATIKA

Olympijská vlajka se skládá z pěti kruhů se středy v rovnostranných trojúhelnících o straně délky $100\sqrt{3}$ cm, rozložených jako na obrázku. Poloměr kruhu je 100 cm. Spočítejte, jakou plochu zabírají kruhy (zaokrouhlete na setiny).



29. STŘELEČ PETR

Petr hrál s tatškou v obýváku šachy a ztratili bílého střelce. Pak půjčil šachy malému Davidovi a věděl, že s pravděpodobností 0.5 Davídek ztratí jednu další figurku (všechny se stejnou pravděpodobností). Večer Davídek šachy uklidil a druhý den Petr začal hledat a první figurka, kterou našel, byla bílý střelec. (Pokud by byly ztracené dvě figurky, byla stejná pravděpodobnost, že najde první jednu nebo druhou.) V tu chvíli se Petr zaradoval, protože tato skutečnost částečně napovídá, že Davídek figurku neztratil. Jaká je pravděpodobnost, že když Petr teď otevře krabici a doplní střelce, bude mít kompletní sadu šachů?

30. PÁTÁ PRÁVĚ SE ODMOCNILA

Devy si chce přidat do salátu číslo $d = \sqrt[7]{\sqrt{5} + \sqrt{5 + \sqrt{5}}}$, aby si ho ale mohl přidat, potřebuje vědět, jestli je to kořenová zelenina. Najděte normovaný (koeficient u vedoucího členu - členu s nejvyšší mocninou - je jedna) polynom (28. stupně) s celočíselnými koeficienty takový, že číslo d je jeho kořenem. Jako odpověď zadejte součet všech jeho koeficientů.