BRněnský KOrespondenční Seminář



XXXIII. ročník
2026/2027

ZADÁNÍ 2. SÉRIE

GEOMETRICKÁ ZOBRAZENÍ

TERMÍN ODEVZDÁNÍ: 23. LISTOPADU 2026 23:59

Pokud odesíláš své první řešení, nezapomeň se prosím před jeho odesláním zaregistrovat na našich webových stránkách.

Součástí 2. série je studijní text, který ti může pomoci při řešení úloh 2.1. – 2.4. Před řešením těchto úloh výrazně doporučujeme si text projít.

ÚLOHA 2.1 - STŘED STŘEDŮ VE STŘEDU

Mějme obecný trojúhelník ABC s kružnicí opsanou k a jejím středem S. Mějme bod $Cx27;$, který je středově souměrný s bodem C podle středu úsečky AB. Dále mějme kružnici $kx27;$ se středem $Sx27;$, která je kružnicí opsanou trojúhelníku $ABCx27;$. Dokažte, že S leží na $kx27;$, právě tehdy když osa úhlu ACB prochází $Sx27;$.

ÚLOHA 2.2 - 67 MYŠ

Myš stojí v domečku na ose vnitřního úhlu MYS o velikosti $67°$ ve vzdálenosti 10 od vrcholu Y. Úhel je ohraničen polopřímkami, které jsou ze sýra. Myš chce ukousnout z každé polopřímky jedno sousto a vrátit se domů. Jakou nejkratší vzdálenost musí ujít?

ÚLOHA 2.3 - HOMOTETY

Mějme trojúhelník ABC a tři reálná čísla k_1, k_2, k_3. Nejprve uděláme stejnolehlost se středem v A a koeficientem k_1, poté stejnolehlost se středem v B a koeficientem k_2 a nakonec stejnolehlost se středem v C a koeficientem k_3. Najděte k_1, k_2 a k_3 taková, aby složení těchto tří stejnolehlostí bylo opět stejnolehlost se středem v těžišti trojúhelníku ABC a koeficientem 4.

ÚLOHA 2.4 - FAA

Nechť f je zobrazení, které libovolné omezené a alespoň dvouprvkové podmnožině roviny M přiřadí přímku $ax + by + c = 0$, kde a je největší rozdíl x-ových souřadnic bodů z A, b je největší rozdíl y-ových souřadnic bodů z A a c je největší vzdálenost bodů dané množiny (největší ve smyslu suprema). Definujme zobrazení g, jako $g(A) = f(A)(A)$, tedy zobrazení přiřadí obraz osové souměrnosti množiny A podle osy $f(A)$. Rozhodněte a dokažte, zda je zobrazení g injektivní.

ÚLOHA 2.A - LEIN SÓLO QAPR

Trojice čísel p, q, r splňuje, že $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1$ a $\frac{1}{pq} + \frac{1}{qr} + \frac{1}{rp} = \frac{1}{pq+pr+qr}$. Určete hodnotu, které musí být vždy alespoň jedno z čísel rovno.

ÚLOHA 2.B - PETROVA ODMĚNA

Za řešení Brkosu dostal Petr posloupnost čísel $a_1, \ldots, a_{100}$, která jsou permutací čísel $1, \ldots, 100$. Pro každý index $i \in \{1, \ldots, 100\}$ si zapsal hodnotu $a_i \cdot |a_i - a_{i+1}|$, kde bereme $a_{101} = a_1$. Jakou největší hodnotu může mít nejmenší ze zapsaných čísel?

BRKOS Team

úloha 2.c - Zatrolená konference

Na konferenci dojelo 2026 účastníků. Každý zná sebe a kromě toho 641 dalších účastníků. Ředitel konference by chtěl vybrat 20 mluvčích tak, aby každý znal alespoň jednoho z mluvčích. Dokažte, že takových 20 mluvčích vybrat může.

úloha 2.d - Zlobivé cifry

Nechť n je druhá mocnina, která není ve tvaru 10^k ani $9 * 10^k$. Ukažte, že n obsahuje nenulovou sudou cifru.

Svá řešení uploadujte na našich stránkách:
`https://brkos.math.muni.cz/`

BRKOS Team