

# BRněnský KOrespondenční Seminář



XXXI. ročník  
2024/2025

ZADÁNÍ 6. SÉRIE

**BONUSOVÁ SÉRIE**

TERMÍN ODESLÁNÍ: 30. 7. 2025

Text psaný kurzívou není součástí úloh. Pokud odesíláš své první řešení, nezapomeň se prosím před jeho odesláním zaregistrovat [na našich webových stránkách](#).

Všechna svá tvrzení řádně zdůvodněte.

**ÚLOHA 6.1 - TŘETÍ MOCNINA**

Rozhodněte, zda existuje přirozené číslo, jehož ciferný součet je větší než ciferný součet jeho třetí mocniny.

**ÚLOHA 6.2 - EPILEPTICKÁ KŘIVKA**

Nalezněte všechna celočíselná řešení rovnice  $x^3 + x^2 = y^2 + y$ .

**ÚLOHA 6.3 - HODNĚ JEDNIČEK**

Ukažte, že přirozené číslo, jehož všechny cifry se rovnají jedné (a má jich více než jednu), není třetí mocnina přirozeného čísla.

**ÚLOHA 6.4 - MNOŽINA**

Určete minimální součet všech prvků dvacetiprvkové množiny přirozených čísel  $M$ , pro kterou platí, že všechny součiny jejich neprázdných podmnožin jsou různé.

**ÚLOHA 6.5 - DIOFANTICKÉ ROVNICE**

Nechť  $p$  je prvočíslo a  $a, b \in \mathbb{N}$  jsou taková, že rovnice  $p^y = x^a - b^a$  má řešení  $x, y \in \mathbb{Z}$  splňující  $(x, b) = 1$ . Ukažte, že platí  $x = b + 1$ .

**Svá řešení uploadujte na našich stránkách:**

<https://brkos.math.muni.cz/>