



## HRÁTKY S TĚLESY

Termín odeslání: 15. 1. 2018

autoři: *Adam, Matouš, Dominik*



**Úloha 3.1.** Liběnka, protože je parádnice, si vzala krychli s hranou 1 vyrobenou ze zrcadel a položila ji hranami na souřadnicové osy. Matěj ji sledoval a lstivě jí v rohu se souřadnicemi  $(0, 0, 0)$  vyvrtal bodovou díru a posvítil do ní laserovým ukazovátkem tak, že se poprvé paprsek odrazil v bodě  $(1, \frac{1}{3}, \frac{3}{4})$ . Kolikrát se celkově v krychli paprsek poodrážel než vyletěl tou samou dírou ven? Pokud paprsek vletěl přesně do rohu, jedním odrazem se odrazil zpět a pokud do hrany, odrazil se jedním odrazem jako od přímky.

**Úloha 3.2.** Henry hledal nekonvexní mnohostrán, jehož stěny jsou tvořeny čtyřúhelníky a pro který platí  $V - H + S = -2$  ( $V$  je počet vrcholů,  $H$  je počet hran a  $S$  je počet stěn mnohostránu). Pomozte mu s hledáním.

**Úloha 3.3.** Kouma a Ňouma si hráli s míčem tvaru koule  $K$  s poloměrem  $r$  a středem  $S$ . Když už je fotbal nebavil, tak kouli opsali hranol bez podstav (nekonečně vysoký hranol) tak, že jeho stěny byly na sebe kolmé. Každá stěna hranolu měla právě jeden společný bod s koulí. Nalezněte objem prostoru, který takto zobrazili, vně kvádrů do koule v kulové inverzi podle koule  $K$ .

**Úloha 3.4.** Kdesi v Hloupětíně ležel obecný čtyřstěn a byly dány 3 přímky v prostoru tak, že každá z nich byla rovnoběžná s jednou z hran čtyřstěnu, které měly společný vrchol a zároveň hrany čtyřstěnu neležely na těchto přímkách. Henry jednou popsal těžiště čtyřstěnu jako průsečík nějakých přímek, mohl při tom tvořit nové přímky pouze tak, že vedly některou dvojicí bodů z následujícího výčtu: Vrcholy čtyřstěnu, průsečík dvou již existujících přímek, obecný bod na libovolné přímce, obecný bod prostoru. Zvládnete to také?

**Úloha 3.A.** Liběnka s Matějem hrají piškvorky na ploše  $3 \times 3$ . Trochu popletli pravidla, a to tak, že oba dva hrají za ten samý znak a ten, komu se jako prvnímu podaří udělat 3 znaky v řadě prohrává. Který z hráčů má vítěznou strategii a jaká je to strategie?

**Úloha 3.B.** "Milé děti", řekl Henry svým ratolestem. "Podívejte se, co se dnes řeší v novinách...", dodal a podal jim vytržený článek. V něm bylo napsáno:  $P(x)$  je polynom, který vznikne roznásobením výrazu:

$$(1 - x)(1 + 2x)(1 - 3x) \dots (1 + 14x)(1 - 15x)$$

Jaký má  $P(x)$  koeficient u  $x^2$ ? "Tak co, vy to zvládnete vyřešit?"

**Úloha 3.C.** Kouma má funkci definovanou:  $f(1) = 1$ ,  $f(3) = 3$ ,  $f(2n) = n$ ,  $f(4n + 1) = 2f(2n + 1)$ ,  $f(4n + 3) = 2f(2n + 1) + 1$  pro  $n \in \mathbb{N}$ . Ňouma si vymyslel číslo  $a < 2017$ , dosadil do funkce  $f$  a výsledek opět dosadil do  $f$ . Toto udělal celkem 2017krát. Nakonci dostal opět číslo  $a$ . Najděte všechny možné hodnoty  $a$ .

*Pomocný text, další informace o semináři najdete na stránkách [brkos.math.muni.cz](http://brkos.math.muni.cz)*

**Svá řešení posílejte na adresu:**

BRKOS

Přírodovědecká fakulta MU

Kotlářská 2

611 37 Brno

**nebo uploadujte na našich stránkách:**

<http://brkos.math.muni.cz/>