Zadání 5. série

NÁHODA

Termín odeslání: 27. 3. 2017

author: *Jindra*

Úloha 5.1. Jednoho dne se naprostou náhodou stalo, že Ňouma potkal Koumu. A to nikde jinde než v bonbónovém krámku, kde byl Kouma na brigádě. Jelikož zrovna v krámku nebyli žádní zákazníci, tak se kluci rozhodli, že si budou hrát. Kouma má 8 červených a 8 modrých bonbónů. Všechny musí rozdělit do dvou misek. V každé misce musí být alespoň jeden bonbón, ale jinak je může rozdělit jakkoliv. Ňouma následně přijde, vybere si náhodně jednu misku (každou s 50% pravděpodobností) a z ní náhodně vytáhne jeden bonbón. Pokud je modrý, tak vyhrál, pokud je to červený tak prohrál. Jak může Kouma nejlépe rozdělit bonbóny a jaká je pak pravděpodobnost výhry?

Úloha 5.2. Když si dohráli s bonbóny, Kouma otevřel tajný šuplík, ve kterém byly cukrovinky, které nebyly určené k prodeji. A mezi nimi také tři nugátové osmistěnky popsané čísly 1 až 8. Hodíli všemi třemi najednou a vybrali největší číslo. Jaká je pravděpodobnost pro jednotlivá čísla?

Úloha 5.3. Kdesi v Hloupětíně si mezitím Matěj všiml, že pravděpodobnost, že Liběnka uvaří dobrý oběd, je 90 %, že se Kouma dobře vyspí 50 % a že večer nebude pršet 80 %. Také si ověřil, že každá dvojice z těchto tří jevů je na sobě nezávislá. Když to ukázal Liběnce, tak se zeptala "A jaká je pravděpodobnost, že v jeden den já uvařím dobrý oběd, Kouma se dobře vyspí a večer nebude pršet?" Na to Matěj pohotově odpověděl "To je prosté, je to 90 % · 50 % · 90 % = 36 %."Já si to nemyslím. Jak víš, že jsou všechny tři jevy nezávislé?" Rozhodněte spor mezi Liběnkou a Matějem.

Úloha 5.4. V bonbónovém krámku zatím sedí dva upatlaní kluci. Už stihli sníst spoustu sladkostí, v tom je zaujalo klubíčko n pendreků. Z něj trčí všech 2n konců. Kouma na to kouká a pak praví: „Hele Ňoumo, jaká je pravděpodobnost, že když postupně všechny konce spojíme dohromady (vždy po dvou), tak nám vznikne jeden velký pendrekový cyklus?"

Úloha 5.5. Kluky už neuvěřitelně bolelo břicho, a tak už jen leželi na zemi jako dva vyvržení vorvani a bavili se spolu o tom, kolik toho snědli. Kouma říká, že toho určitě bylo $2017^{2016^{2015^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{1}}}}}}$. Ňouma jen kouká do stropu a přitakává. Pak ho napadlo, jaká je asi poslední číslice takového čísla?

Úloha 5.6. Liběnka ukončila rozhovor s Matějem a šla do svého pokojíčku. Co ji ale překvapilo, na její tabuli jí Matěj připravil tyto rovnice a pod nimi nápis: „Najdi všechna kladná a,b,c,d splňující:"

$$a + b < c + d$$

$$(a + b)(c + d) < ab + cd$$

$$(a + b)cd < (c + d)ab$$

Úloha 5.7. Liběnku takovéto úkoly moc baví, tak si rychle běžela vyprosit další. V prostoru jsou dány body A, A', B, B', C, C' tak, že přímky AA', BB', CC' jsou rovnoběžné ale neleží v jedné rovině. Je-li X je průsečík rovin $A'BC, AB'C, ABC'$ a Y průsečík rovin $AB'C', A'BC', A'B'C$, pak jsou přímky XY a AA' rovnoběžné. Dokaž to.

Bonusová úloha. Když už měla Liběnka i tento příklad spočtený, Matěje nenapadalo, co dalšího by mohl Liběnce zadat. A proto si vymyslete vlastní úlohu na pravděpodobnost a vyřešte ji, aby měla Liběnka zadání a k tomu kontrolu, že vše spočítala správně.

Svá řešení posílejte na adresu:
BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2
611 37 Brno

nebo uploadujte na našich stránkách:
`http://brkos.math.muni.cz/`