Zadání 3. série

Konstrukční geometrie

Termín odeslání: 7.1.2016

První série (**4** příklady) jejíž odevzdání je roku 2016 je zaměřena na problémy konstrukční geometrie, což se zdá být velmi příhodné. Jedná se totiž o jedno z nejstarších odvětví matematiky, vzniknuvší již ve starověku, stejně jako Olympijské hry (jednou za **4** roky), jež nás v tomto roce čekají. Jen škoda, že na olypmpiádě není kulečník, neboť ten by se k tomuto tématu hodil. Každopádně jsme pro vás připravili pomocný text, který by vám měl osvětlit základy této matematické disciplíny.

Úloha 3.1. Matěj si hrál se svým oblíbeným trojúhelníkem ABC. Vyznačil si na něm osu úhlu u vrcholu C, ale pak zafoukalo a vrchol C mu odvál vítr. Z trojúhelníku tak zbyly jen vrcholy A, B a zmíněná osa úhlu. Jak může Matěj trojúhelník znovu zkonstruovat?

Úloha 3.2. Ňouma si zrovna pročítal knihu zaměřenou na problematiku čtverců. Již v úvodní kapitole se opakuje, snad všem známá skutečnost, že pomocí znalosti velikosti jedné strany, lze takový čtverec sestrojit. „Hmm, to snad ví každý. Ale co kdybychom znali jiné parametry, než délku strany. Co například čtyři body takové, že na každé straně čtverce by byl umístěn právě jeden z nich.“ Ňouma se pustil do řešení své úlohy a čtverec sestrojil, sestrojte ho i vy.

Úloha 3.3. Bubla má pokoj vytapetovaný tapetami s kruhovými ornamenty, proto nechce mít ještě k tomu kruhové nástěnné hodiny, aby pokoj nebyl „překolečkován“. Rozhodla se navrhnout si vlastní ciferník ve tvaru konvexního n-úhelníku, aby hodiny náležitě kontrastovaly. Vrcholy ciferníku označila postupně po směru hodinových ručiček čísly $1, 2, \cdots, n$. Vzdálenost mezi vrcholy i a j zaznačila jako a_{ij}. Svůj náčrt odnesla Matějovi a poprosila ho, jestli by jí takový ciferník nevyrobil. Kolik nejméně údajů a_{ij} je potřeba, aby Matěj jednoznačně vyrobil Bublin ciferník? (Shodné zobrazení neuvažujte).

Úloha 3.4. Když byl Kouma malý, hrozně rád schovával věci a posléze si dělal obrázky, aby věděl, kde je má později hledat. Jednou takhle schoval golfový míček pod Večerníčkovskou čepici a ihned si zakreslil obrázek. Na obrázku byl míček zachycen jako kružnice vepsaná trojúhelníku, který symbolizoval čepici. Zkuste sestrojit trojúhelník ABC, který bude odpovídat Koumově čepici, máte-li v rovině umístěnou kružnici vepsanou (míček) a znáte-li vně kružnice bod A a délku strany a.

Úloha 3.5. Liběnka si listovala svým sešitem z první třídy, když narazila na to, jak se učila číslice. V sešitě byla po obvodu kruhu napsána čísla 1, 2, ..., 9. Zavzpomínala, jak jí tenkrát dělalo problém je seřadit dle velikosti a při tom si všimla, že její řazení vykazuje zajímavou vlastnost: součet žádných dvou sousedních čísel není dělitelný 3, 5 ani 7. Vytvořte i vy takový kruh, který se povedl Liběnce.

BRKOS Team 2015

Úloha 3.6. Henry se rozhodl přivydělat a začal si hledat brigádu. Po několika dnech narazil na inzerát stavební firmy, která ho přijala na víkendovou výpomoc. Stavební firma právě rekonstruovala plácek v parku ve tvaru pravidelného šestiúhelníku o straně 2 m. Dlaždice, které se měly použít, měly tvar kosočtverce o straně 1 m a vnitřní úhel 60°. Henrymu se do práce nechtělo, tak začal přemýšlet, kolika způsoby by šla plocha šestiúhelníku těmito dlaždicemi vyskládat. Ve svých úvahách počítal otočení nebo zrcadlení za různé způsoby vyskládání. Kolik způsobů vyskládání Henry napočítal?

Úloha 3.7. Už jste hráli nové Brkosí pexeso? Samozřejmě že ne, zatím se vyvíjí, ale již nyní prosákla z řad organizátorů informace o stylu hry. Na začátku se zvolí n kartiček (vždy se zvolí více než jedna), každá jiná. Kartičky můžeme očíslovat a zapsat jako množinu S, $S = \{1, 2, \cdots, n\}$. Tato cenná informace musí být ovšem vykoupena příkladem. Tedy nazvěme T_n počtem neprázdných podmnožin S takových, že aritmetický průměr jejích prvků je celé číslo. Dokažte, že $T_n - n$ je vždy sudé.

Bonusová úloha. Jako příloha k Brkosím novinám vyšla soutěžní úloha o exkluzivní kartu Kabrňáků: napište či popište co největší číslo. Drobným písmem bylo dopsáno: *řešení omezte na jednu A4.*

Svá řešení posílejte na adresu:
BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2
611 37 Brno

nebo uploadujte na našich stránkách:
`http://brkos.math.muni.cz/`

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ