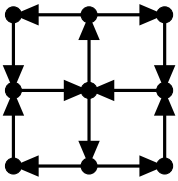
Zadání 1. série

Úvodní guláš

Termín odeslání: 26.10.2015

autor: *Stopa*

Úloha 1.1. Poslední prázdninové dny si Liběnka užívá hraním hry. Hrací pole se sestává z devíti polí spojených šipkami (viz obrázek). V každém tahu se nejprve pohnou již umístěné figurky dle šipek. Vedou-li z pole dvě šipky, figurka se rozdvojí a pokračuje na obě pole. Naopak setkají-li se dvě figurky na konci tohoto pohybu na jednom poli, navzájem se vyhodí a na poli nezůstane žádná. Po tomto pohybu Liběnka umístí figurku na libovolné políčko. Cílem hry je zaplnit všechna políčka figurkami. Jak to může Liběnka provést?



Úloha 1.2. Henry a jeho žena se spolu s dalšími čtyřmi páry zúčastnili letní slavnosti. U přípitku si každý nejprve přiťukl se svým partnerem a poté si přiťukli i s některými dalšími. Henry se na závěr každého z devíti ostatních hostů zeptal, s kolika lidmi si přiťukl. K jeho překvapení mu každý oznámil jiné číslo. S kolika lidmi si přiťukla Henryho žena?

Úloha 1.3. To Matěj většinu prázdnin strávil s Bublou za městem u rybníka. Zrovna seděli na břehu a házeli žabky, když Bubla zvolala: „Matěji, teď se na té vodě objevilo pět kol ve tvaru různých kružnic a každé čtyři z nich měly společný alespoň jeden bod!“ Matěj se zaradoval: „Ale to znamená, že také všech pět dohromady prochází jediným bodem!“ Vaším úkolem je tuto vlastnost dokázat.

Úloha 1.4. Henry měl na ledničce z magnetických cifer poskládanou nějakou mocninu dvojky (číslo tvaru 2^k pro nějaké přirozené k) v desítkovém zápisu. Kolemjdoucí Ňouma ale o ledničku zavadil a všechny cifry z ledničky popadaly. Koumu hned napadlo, jestli by bylo možné všechny cifry naskládat zpět, aby vznikla jiná mocnina dvojky (z pochopitelných důvodů nesmí být nula na začátku zápisu čísla).

Úloha 1.5. Bubla si pořídila na dveře nový číselný zámek. Vybrala si ten nejlevnější na trhu. Klávesnice měla pouze dvě tlačítka: 0 a 1 a kód byl čtyřmístná posloupnost těchto dvou znaků. Matěj hned přemýšlel jak se co nejefektivněji dostat dovnitř. Najděte nejkratší posloupnost znaků 0 a 1 obsahující všechny možné kódy (alespoň jednu). Nezapomeňte na zdůvodnění, proč již nemůže být kratší.

BRKOS Team 2015

Úloha 1.6. V Hloupětíně na náměstí už zase stavěli monument. Tentokrát šlo o opravdu ambiciózní projekt. Byly zvoleny čtyři body v prostoru neležící v jedné rovině a bylo dohodnuto, že bude sestaven rovnoběžnostěn mající čtyři z osmi vrcholů v těchto bodech. Radní se však neshodli na konkrétní podobě rovnoběžnostěnu. Kolik existuje různých rovnoběžnostěnů se čtyřmi vrcholy v těchto bodech? (Rovnoběžnostěn je čtyřboký hranol s podstavou rovnoběžníku, má tedy šest stěn ve tvaru rovnoběžníku.)

Úloha 1.7. V Lenošíně na obecní tabuli bylo napsáno číslo 7^{2015} v desítkové soustavě. Obecní matematik postupně vždy smaže poslední cifru (jednotky) a ke zbytku přičte pětinásobek smazaného. Může tímto způsobem na tabuli vzniknout číslo 2015^7? Svou odpověď řádně zdůvodněte.

Bonusová úloha. Na pamětní desku k monumentu z šesté úlohy má být vyryt důkaz Pythagorovy věty. Město Hloupětín tak vypisuje konkurz na nejkrásnější z nich. Najděte alespoň tři pěkné důkazy.

Svá řešení posílejte na adresu:
BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2
611 37 Brno

nebo uploadujte na našich stránkách:
`http://brkos.math.muni.cz/`

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ