



Zadání 5. série  
**BINÁRNÍ KÓDY**

Termín odeslání: 30.3.2015



autor: *Vláďa*

Toho dne přišlo a vtíravá inverze nepouštěla lidi ven ze svých domečků. Proto Kouma koukal znuděně na televizi. Přisedl si k němu Ňouma s pobídkou, ať jsi jdou zahrát BinKROS. Kouma tuhle hru neznal, dost možná stejně jako ty. Ňouma se dal tedy do vysvětlování. Je to několikakolová hra v jejímž průběhu představuješ vlastně počítač. Veškerá komunikace v této hře je ukrytá, nebo-li zašifrovaná, do binárního kódu. Kouma se zara-  
 doval: „Nudnější než ta televize to být nemůže. Pojďme hrát!“ a vypnul televizi. Ňouma začal tedy vysvětlovat první úkol.

**Úloha 5.1.** „Na zahřátí si dáme snadnější příklad. Určitě znáš hru Myslím si číslo a to má vlastnost, je to velice podobné. Tedy mám binární lineární kód délky 5, který obsahuje 4 slova. Ještě ti o něm povím to, že vzdálenost každých dvou různých slov je alespoň 3. Schválně ukaž alespoň jeden příklad kódu, jaký si mohu myslet.“

**Úloha 5.2.** „Dobře, tak tohle by ti šlo. Zkusíme, jak umíš pracovat s tímhle lineárním kódem. Tady máš binární lineární kód takový, že každá dvě slova v něm mají lichou vzdálenost, a mě by zajímalo, kolik nejvýše v něm může být slov.“

**Úloha 5.3.** „S tímhle lineárním kódem sis poradil. Teď tu pro tebe mám sadu binárních cyklických kódů délky 2015, z nichž každý obsahuje alespoň jedno slovo s lichým počtem jedniček. Ukaž, že najdeš slovo  $\mathbf{1} = \overbrace{11 \dots 1}^{2015}$  v každém z nich.“

**Úloha 5.4.** „V dalším úkolu budeme pracovat s binárním cyklickým kódem délky  $n \in \mathbb{N}$ . Teď si budeš vypisovat na papír všechna jeho slova a počet slov s právě  $k$  jedničkami označíš jako  $P_k$ . Ukaž, že pro všechna  $k \in \mathbb{N}$  je číslo  $k \cdot P_k$  dělitelné  $n$ .“

**Úloha 5.5.** Hru vyruší Bublá: „Kluci, copak to hrajete?“ „BinKROS, zahraješ si s námi?“ reagoval Ňouma. „To ne, to já bych si raději zahrála na Pijáka.“ Bublá jim vysvětlila, že na Pijáka se hraje tak, že člověk začíná se 100 panáky (kofoly) a vždy může vypít buď 5, 15, 17 nebo 20 za sebou, přičemž v těchto případech mu kamarádi nalijí 17, 24, 2 nebo 14 nových panáků. (Vypije-li jich např. 15, dolijí mu 24, když vypije 20, dolijí mu 14 apod.) Cílem je vypít všechny panáky (v případě prázdného stolu už kamarádi nedolívají). „A je to vůbec možné?“ zeptal se hned Kouma. Rozhodněte, zda to lze a jak postupovat, aby hráč vypil všechny panáky.

**Úloha 5.6.** Těch pět (přidal se Matěj a Liběnkou) hrálo na Pijáka (stále s kofolou) dlouho do noci, a tak nebylo divu, že měla Liběnka ráno kruhy pod očima. „Jé, podívej,“ usmál se na její kruhy u snídaně Henry „když tyhle kruhy označíme  $k$ ,  $l$ ,  $m$  a  $n$ , platí, že  $k$  se dotýká  $l$  v bodě  $A$ ,  $l$  se dotýká  $m$  v bodě  $B$ ,  $m$  se dotýká  $n$  v bodě  $C$  a  $n$  se dotýká  $k$  v

bodě  $D$ . Navíc jsou všechny dotyky **vnější**. „Nojo,“ zívá Matěj, „to ale pak body  $ABCD$  leží buď na jedné kružnici nebo na přímce, ne?“ Zvládnete tuto skutečnost dokázat?

**Úloha 5.7.** „A co jsi dělal celou noc ty, Henry?“ zeptal se Kouma. „Původně jsem měl v plánu se k vám připojit, ale pak jsem se zamyslel nad přirozenými čísly  $m$  a  $n$ , pro která platí  $m^2 - n^3 = 17$  a napadlo mě, že pak číslo  $n^2 + 2m + 2$  musí být složené. Ale už se mi to nepodařilo dokázat.“ Budete úspěšnější než Henry a dokážete to?

**Bonusová úloha.** Na Lenošinském náměstí se chystala slavnostní událost. Velkolepé odhalení sochy slavného matematika Leonharda Eulera. Seznam všech jeho odkazů lidstvu v matematice, fyzice i dalších oborech měl pokrývat většinu dlažby na náměstí. Leonhard Euler byl skutečně výjimečnou osobností historie vědy. Vaším úkolem v této úloze bude tentokrát napsat co možná nejvíce věcí, které jsou po tomto slavném Švýcarovi pojmenovány.

**Svá řešení posílejte na adresu:**

BRKOS

Přírodovědecká fakulta MU

Kotlářská 2

611 37 Brno

**nebo uploadujte na našich stránkách:**

<http://brkos.math.muni.cz/>



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



milujeme  
vědu

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ