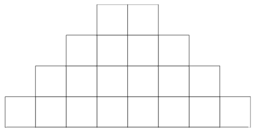
Zadání 4. série

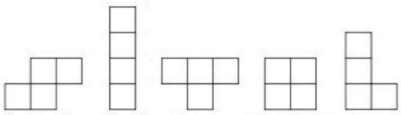
TETROMINO

Termín odeslání: 9. února 2009

Úloha 4.1.

To jednoho dne vlezli Matěj s Liběnkou doma na půdu a našli tam krabičku s pěti tetrominy – od každého typu jeden (obrázky dole). Našli tam i spoustu předloh k pokrytí. Nad předlohou, kterou můžete vidět na obrázku vpravo, se však trápili hodně dlouhou dobu. Podařilo by se vám tuto pyramidu pokrýt dílky tetromina? Jednotlivé dílky můžete otáčet a překlápět.





Úloha 4.2.

No hádejte, komu se jako prvnímu podařilo rozluštit pokrytí pyramidy. Ano, Liběnce. A posmívala se Matějovi: „Ty jsi ale matěj Matěji, takový jednoduchý příklad.“ Matěj se urazil a ukazujíce na dílky tetromina odeskl Liběnce: „Když jsi tak chytrá, tak schválně, jestli vyřešíš tento úkol. Pokud bychom na půdě našli n sad tetromina stejných, jako to naše, pro jaká přirozená čísla n se ti podaří pokrýt obdélník $4 \times 5n$ buněk všemi dílky tetromina?“ A Liběnka opět mohla dílky otáčet i převracet.

Úloha 4.3.

To by nebyl Henry, aby se nepodíval, co jeho děti řeší za příklady. A když viděl, že jsou na sebe Matěj s Liběnkou „nasoptění“, musel zasáhnout, jinak by se snad skutečně poprali. A jak asi Henry zasáhnul? No ano, svoji klasickou a proslavenou henryovkou. Ta už urovnala tolik sporů... A jaký že to byl příklad tentokrát? Dal Matějovi a Liběnce určit a samozřejmě také dokázat, kolik nejméně buněk obdélníku o rozměrech $m \times n$ musíme vybarvit, aby na neobarvená pole nešel položit žádný dílek L-tetromina.

Úloha 4.4.

Když se pak Henry spokojeně uvelebil na kanapi, vzpomněl si ještě na jeden příklad. Ale když viděl, jak se Matěj s Liběnkou namáhají s počítáním předchozího příkladu, řekl si, že je přeci nemůže rušit. A tak si jen zamručel pod vousy: „Jestli pak by dokázali určit, kolika způsoby můžeme pokrýt obdélník $2 \times 2n$ buněk dílky O-tetromino a L-teromino?“

Úloha 4.5.

Ňouma přišel za Koumou se zajímavým příkladem. Totiž, měl dané dva polynomy $f(x) = 4x^2 - 4x + 4$ a $g(x) = 2x^2 + x$. Pomocí sčítání, odečítání a násobení těchto polynomů měl získat polynom $h(x) = x$ (dělit polynomy nemohl!). Ňouma si zatím sedl k počítači a brouzdal po netu a co chvíli zavolal: „Tak co, Koumo, už jsi to vykoumal?“

Úloha 4.6.

Po chvilce se volání od počítače ozývalo po delších a delších intervalech. Koumovi se to zdálo podezřelé a tak se šel podívat, cože to Ňouma dělá. Zjistil, že Ňouma narazil na tento příklad:

Přirozená čísla jsou obarvena světle zelenou a tmavě zelenou barvou, přičemž součet různobarevných čísel je vždy světle zelený a jejich součin je tmavě zelený. Jaký je součin dvou tmavě zelených čísel?

Kouma se příkladu pousmál: „No jo, Ňoumo, komu se nelení, tomu se zelení...“

Úloha 4.7.

Matěj s Liběnkou na střídačku říkali kladná reálná čísla. Když je pak všechna sečetli, zjistili, že výsledek je 3. Matěje napadlo, že by mohli sečíst i jejich druhé mocniny. Když už byli na čísle o něco větším než jedna, přestalo je to bavit a vyrazili raději na lyžovajdu. Zvládli byste dokázat, že mezi čísly vyřčenými Matějem a Liběnkou by se našla tři taková, jejichž součet je větší než jedna?

Svá řešení posílejte na adresu:

BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2
611 37 Brno

nebo na e-mail:

brkos@math.muni.cz.

BRKOS Team 2008