



Zadání 3. série

TEORIE ČÍSEL

Termín odeslání: 5. ledna 2009

**Úloha 3.1.**

Matěj si všiml, že počet lenochů v Lenošíně je dvakrát větší než počet hlupáků v Hloupětíně. Navíc platí, že počet hlupáků v Hloupětíně můžeme napsat jako součet dvou čtverců různých přirozených čísel. Dokažte, že i počet lenochů v Lenošíně můžeme napsat jako součet dvou čtverců přirozených čísel.

Úloha 3.2.

Liběnka si také všimla zajímavé skutečnosti. Totiž, že počet lenochů v Hloupětíně je čtyřciferné číslo tvaru $aabb$, které je druhou mocninou počtu hlupáků v Lenošíně. Kolik je tedy lenochů v Hloupětíně?

Úloha 3.3.

Kouma přišel za Ňoumou se zajímavým příkladem. Měl z číslic $1, \dots, 9$ sestrojít dvě čísla s největším možným součinem, přičemž každou číslici mohl použít právě jednou. Podařilo by se vám to také?

Úloha 3.4.

Aby se Kouma nenudil zatím, co Ňouma počítal, dostal za úkol dokázat, že existuje nekonečně mnoho přirozených čísel, která nejsou součtem druhé mocniny přirozeného čísla a prvočísla. Poradili byste si i s Koumovým příkladem?

Úloha 3.5.

Henry se už nemohl dívat na to, jak jeho děti stále počítají, počítají a počítají. Ne že by neměl radost z toho, že je matematika baví a že by na ně nebyl pyšný. Ale přece jen existují i jiné věci... Například geometrie :) A tak jedno podzimní odpoledne zadal svým dětem následující příklad: Jsou dány dvě mimoběžné vzájemně kolmé přímky. Sestrojte pravidelný čtyřstěn, který bude mít dvě strany na těchto mimoběžkách. Poradili byste si i s tímto příkladem? Zadání volte libovolně a pokuste se řešení sestrojít v libovolném rovnoběžném promítání.

Úloha 3.6.

Matěj povídal Liběnce pohádku na dobrou noc. Byla to pohádka o vícehlavých dracích. V pohádce vystupoval jednohlavý, dvouhlavý, tříhlavý, . . . , osmihlavý a devítihlavý drak. Ve chvíli, kdy byla pohádka nejnapínavější, napadlo Liběнку, jestli je možné tyto draky rozmístit do kruhu tak, aby součet hlav dvou sousedních draků nebyl dělitelný třemi, pěti ani sedmi.

Úloha 3.7.

Henry, Matěj a Liběнка vyhráli v soutěži, kterou vyhlásilo rádio „Polib hady“, spoustu sladkostí. Henry vyhrál $2n$ stejných gumových medvídků, Liběнка $2n$ stejných gumových žízalek a Matěj $2n$ stejných želatinových rybiček. Rozhodli se, že si sladkosti spravedlivě rozdělí tak, aby měl každý stejný počet sladkostí. Kolika různými způsoby to mohou udělat?

Svá řešení posílejte na adresu:

BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2
611 37 Brno

nebo na e-mail:

brkos@math.muni.cz.