



Zadání 2. série

GRAFYTermín odeslání: 26.11.2012autor: *Baci a Bori*

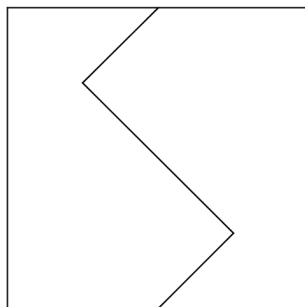
Úloha 2.1. Henry namaloval Liběnce k narozeninám znamenitý obrázek. Byly na něm barevné úsečky potkávající se v několika různých bodech. Z každého bodu vedly tři úsečky, které navíc byly vždy různobarevné. Henry použil při malování čtyři barvy a dušoval se, že s méně barvami by to nesvedl. Zvládli byste také nakreslit takový obrázek, pokud víte, že Henry použil méně než 16 bodů?

Úloha 2.2. Matějovi se jedné noci zdál strašlivý sen, ve kterém spatřil 2012-regulární graf na 1234567 vrcholech, jenž neobsahoval žádnou kružnici délky 4. Po probuzení jej však Liběnka uklidňovala slovy, že žádný takový graf neexistuje. Byl to opravdu jen sen? Zdůvodněte.

Úloha 2.3. Jednoho rána Matěj poslal Henrymu zprávu s následujícím textem: Myslím, že každý souvislý graf obsahující k vrcholů lichého stupně lze rozložit na $\frac{k}{2}$ sledů, **v nichž se hrany nemohou opakovat** tak, aby každá hrana byla v právě jednom z nich, ale neumím to dokázat. Henry se zamyslel a už mu psal odpověď. Jak byste Matějovi poradili vy?

Úloha 2.4. Matěj s Liběnkou navštívili o víkendu Muzeum Petra Hliněného, ve kterém právě probíhala expozice rovinných grafů s více než 4 vrcholy, avšak bez jediného trojúhelníku. Matěje ihned zaujalo, že každý z vystavených grafů obsahoval aspoň 4 vrcholy stupně méně než 4. Platí to obecně? Proč?

Úloha 2.5. Liběnka upekla buchtu o šířce i délce 40 cm a řekla Matějovi, aby ji rozdělil na půlky. Matěj to splnil šalamounsky a rozdělil buchtu podle obrázku (viz příloha), všechny úseky lomené čáry svírají se stranami čtverce úhel 45° a zlomy jsou 10 cm od okraje. Poradte Liběnce, jak má teď jedním *přímým* řezem rozdělit buchtu na čtvrtiny.



Úloha 2.6. Henry si o víkendu na algebraických trzích koupil dvě kladná reálná čísla a, b , jejichž součin nebyl větší než 1. Matějovi jeho nákup přišel marnotratný, dokud mu Henry nevysvětlil, co všechno se s takovými čísly dá dělat. Např. se o nich dá tvrdit, že $(1 + \frac{1}{a})(1 + \frac{1}{b}) \geq 4$. Jak byste to dokázali?

Úloha 2.7. Liběnka dostala k narozeninám zvláštního psa, který se stravoval výhradně racionální výživou. Každé jeho jídlo se skládalo ze tří zlomků $\frac{r}{q} < \frac{a}{b} < \frac{p}{s}$ s přirozenými čitateli i jmenovateli, jež navíc musely splňovat podmínku $pq - rs = 1$. Liběnka zjistila, že čím menší je hodnota b , tím více jejímu mazlíčkovi chutná. **Jsou-li dána p, q, r, s splňující výše uvedené vztahy, jaká je nejmenší možná hodnota b ?**

Svá řešení posílejte na adresu:

BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2
611 37 Brno

nebo uploadujte na našich stránkách:

<http://brkos.math.muni.cz/>

Tato aktivita je realizována v rámci veřejné zakázky Pilotní ověření systému popularizace technických a přírodovědných oborů vytvářením vazeb vysokých škol na školy nižších stupňů, která je součástí IPN Podpora technických a přírodovědných oborů (PTPO), reg.č. CZ.1.07/4.2.00/06.005. Projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

www.generaceY.cz; www.reformy-msmt.cz



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



TECHNICKÉ A PŘÍRODOVĚDNÉ VZDĚLÁVÁNÍ

ZÁŽITEK
S BONUSEM → KARIÉRY → PRESTIŽE → ZAJIŠTĚNÍ
www.generaceY.cz