



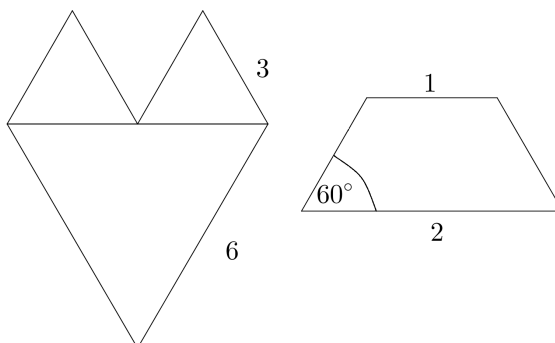
Zadání 1. série

ÚVODNÍ GULÁŠ

Termín odeslání: 22.10.2012

autor: *Mari a Roman*

Úloha 1.1. Kouma a Ňouma hráli v matematické soutěži mozaiku. Zatímco Kouma se zběsile vrhnul do skládání všemožných obrazců, Ňouma začal postupně vybírat všechny lichoběžníky mající rozměry jako na obrázku. Po chvíli si toho Kouma všiml a zeptal se Ňoumy, zda by dokázal svými lichoběžníky pokrýt tvar připomínající kornout s dvěma kopečky zmrzliny (viz obrázek). Může to Ňouma zvládnout?



Úloha 1.2. Matěj a Henry píšou společně číslo $ABCDEFGHIJKLMNO$, v němž jednotlivá písmena představují číslice od 0 do 9 (A není nula). Domluvili se, že postupně vznikající čísla musí být dělitelná čísly 3, 4, 5, 9 podle následující tabulky

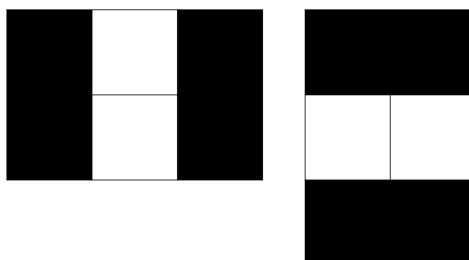
dělitelé	číslo	dělitelé	číslo	dělitelé	číslo
3	A	3, 5	$ABCDEF$	3, 4, 5	$ABCDEFGHIJK$
4	AB	3, 9	$ABCDEFG$	3, 4, 9	$ABCDEFGHIJKL$
5	ABC	4, 5	$ABCDEFGH$	3, 5, 9	$ABCDEFGHIJKLM$
9	$ABCD$	4, 9	$ABCDEFGHI$	4, 5, 9	$ABCDEFGHIJKLMN$
3, 4	$ABCDE$	5, 9	$ABCDEFGHIJ$	3, 4, 5, 9	$ABCDEFGHIJKLMNO$

Tedy 3 dělí A , 3 a 4 dělí $ABCDE$ a tak dále. Zároveň si řekli, že žádné z čísel nebude dělitelné 100. Po půl hodině marného vymýšlení se začnou navzájem obviňovat, že to jeden druhému sabotuje. Liběnka, která pozoruje chlapce už od začátku se začne náramně smát a povídá: „A víte vůbec, jestli takové číslo existuje? Já myslím, že na jednom místě se určitě zaseknete.“ Zjistíte, kterou číslici již nemohou připsat do čísla, aby platila daná pravidla?

Úloha 1.3. Starosta Hloupětína uspořádal pro své obyvatele taneční večírek. Očekával obrovskou účast, ale nakonec se dostavily jen tři manželské páry. Každý z účastníků přinesl

nějaký dárek pro hostitele, ale když je chtěli předat, pronesl starosta: „Já žádné dárky nechci, rozdejte si je radši mezi sebou.“ Kouma, který na večírku roznášel zázvorovou limonádu, začal přemýšlet nad tím, kolika způsoby si můžou dárky rozdat tak, aby nikdo neměl svůj dárek ani dárek od své manželky. Poradíte Koumovi?

Úloha 1.4. Henry nadšeně přiběhnul za Matějem a Liběnkou s šachovnicí, která má 10×10 polí. Matěj se na šachovnici nelibě podíval a řekl: „Na šachy je to moc velké.“ „A pokrývání tetrominy už jsme tady měli,“ pronesla Liběnka. „Copak tetromina,“ zašklebil se Henry, „zkuste to pokrýt následujícími útvary.“ (Za pokrytá se považují pouze černá políčka, tzn. jeden útvar pokryje čtyři pole.)



Úloha 1.5. Kouma a Ňouma si hráli s reálnými čísly. „Ňoumo, vymyslel jsem trojici čísel, která má takovouhle vlastnost: jestliže libovolně dvě z nich vynásobím a třetí k nim přičtu, dostanu pokaždé číslo 6006, to koukáš, vid’?“ Ale Ňouma se nenechal zahanbit a odvětil: „To nic není, Koumo, právě jsem vymyslel jinou trojici čísel, jenž má tu tvoji vlastnost.“ Dokážete určit, o které trojice čísel se jedná? Čísla ve trojici nemusí být různá.

Úloha 1.6. Henry slyšel hádanku Koumy a Ňoumy a řekl si, že musí taky něco vymyslet. „Liběnko,“ zeptal se po chvíli, „víš, že pro libovolná dvě celá čísla platí, že číslo $ab^3 - a^3b$ je dělitelné třemi?“ Liběnka si s úlohou poradila, zvládnete to taky?

Úloha 1.7. „Myslím, že hádanek s celými čísly už bylo dneska dost,“ pronesl Matěj, „vymyslel jsem jednu, v níž hrají hlavní roli čísla reálná. Zkuste ukázat, že pro libovolné reálné číslo x platí $\cos(\sin x) > \sin(\cos x)$.“ Venku už se začalo stmívat, ale naši přátelé si řekli, že dokud úlohu nevyřeší, nepůjdou spát. Myslíte, že to zvládnou? A zvládnete to vy? (klidně se ale napřed vyspěte:))

Svá řešení posílejte na adresu:

BRKOS

Přírodovědecká fakulta MU

Kotlářská 2

611 37 Brno

nebo uploadujte na našich stránkách:

<http://brkos.math.muni.cz/>

Tato aktivita je realizována v rámci veřejné zakázky Pilotní ověření systému popularizace technických a přírodovědných oborů vytvářením vazeb vysokých škol na školy nižších stupňů, která je součástí IPN Podpora technických a přírodovědných oborů (PTPO), reg.č. CZ.1.07/4.2.00/06.005. Projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
www.generaceY.cz; www.reformy-msmt.cz



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



TECHNICKÉ A PŘÍRODOVĚDNÉ VZDĚLÁVÁNÍ

**ZÁŽITEK
S BONUSEM** → KARIÉRY → PRESTIŽE → ZAJIŠTĚNÍ
www.generaceY.cz