Zadání 2. série

Termín odeslání: 13. listopad 2006

1. příklad:

V Lenošínských novinách proběhla nedávno soutěž. Samozřejmě šlo o matematickou soutěž. Kromě klasických číselných rébusů se zde objevil i úkol najít všechny trojice reálných čísel x, y, z splňující soustavu dvou rovnic:

$$x + y = 2$$
$$xy - z^2 = 1.$$

Vyřešili byste tuto soustavu?

2. příklad:

S předchozím příkladem si Lenošínští úspěšně poradili. Nad dalším soutěžním příkladem se jim však už nechtělo přemýšlet, a tak zajeli do Hloupětína za Henry Klevrem s prosbou o pomoc. Měli dané dvě kružnice k, l a přímku q. Jejich úkolem bylo sestrojit přímku p rovnoběžnou s q tak, aby součet délek tětiv, které na přímce p vytínají kružnice k a l, měl danou velikost a. Pomožte Lenošínským vyřešit tento příklad.

3. příklad:

Matěj s Liběnkou se posmívali svému taťkovi, jak že mu dlouho trvá konstruování předešlého příkladu. Henry se už už chystal vynadat Matějovi a Liběnce za jejich pošklebování, nakonec si to však rozmyslel a dal jim každému jeden příklad, zda ho spočítají dřív oni nebo on. Matěj měl najít všechna trojciferná čísla n=abc taková, že 2n/3=a! * b! * c! Dokázali byste to také?

4. příklad:

No a Liběnka měla zase najít všechna přirozená čísla, která jsou součtem druhých mocnin svých čtyř nejmenších dělitelů. Zvládli byste i Liběnčin příklad?

5. příklad:

Henry vyřešil svůj příklad rychleji něž Matěj s Liběnkou, a tak mu musely děti koupit čokoládu. Čokoláda měla m x n dílků. Děti ji rozlámaly na obdelníčky 1 x 6 dílků. Takto rozlámanou čokoládu podávaly výherci se slovy: "Dostaneš tati tuto čokoládu, pokud dokážeš, že m nebo n je dělitelné šesti." Henry se vcelku zapotil, ale nakonec si čokoládu skutečně zasloužil... Dokázali byste si také vybojovat sladkou odměnu?

6. příklad:

Henry si svoji odměnu náležitě vychutnával. Když však viděl, jak ho pozorují 4 mlsná očka, rozhodl se, že se musí rozdělit. Nechtěl však dát svým dětěm nic zadarmo a tak pravil, že dostanou čokoládu, pokud vyřeší tento příklad:

Uvnitř čtverce ABCD o straně délky 1 je umístěno 288 bodů. Ukažte, že existuje množina S úseček délky 1, které jsou rovnoběžné s AB a spojují strany AD a BC, pro niž existuje taková množina T úseček spojujících každý z 288 daných bodů s úsečkou patřící do S, aby součet délek všech úseček z množin S a T byl menší než 18,3.

Podaří se vám tento příklad vyřešit dřív, než Henry sní všechnu čokoládu?

7. příklad:

Matěj s Liběnkou si svoji odměnu také vybojovali. A už už chtěli zase pokoušet Henryho, ale ten je rázně zastavil. Hrát si budeme, až si uděláte všechny úkoly do školy. Matěj s Liběnkou zklamaně odešli k učení. Naštěstí však měli jediný úkol a to z matiky. Pomožte dětem vyřešit tento příklad:

Je dán trojúhelník ABC a bod P, který leží uvnitř tohoto trojúhelníku. Dále víme, že trojúhelníky PAB, PBC, PCA mají stejný obsah a také stejný obvod. Dokažte, že trojúhelník ABC je rovnostranný. Dále dokažte, že pokud P leží mimo trojúhelník ABC, je tento trojúhelník pravoúhlý.