

Zadání 6. série XII. ročníku BRKOSu

Datum odeslání: 9. 5. 2006

- 6.1** Počet obyvatel Hloupětína je čtyřikrát menší než počet obyvatel Lenošína a končí na cifru 6. Pokud tuto cifru přemístíme z poslední pozice na první místo, dostaneme právě počet obyvatel Lenošína. Jaký je počet obyvatel Hloupětína a Lenošína, víme-li, že počet obyvatel Hloupětína je co nejmenší.
- 6.2** V přijímačkách na Hloupětínskou univerzitu se objevil následující příklad:
- Je dána rovina a dva body. Bod K , který v rovině neleží, a bod A , který v ní leží. Pro každou přímku p ležící v rovině procházející bodem A označme H patu kolmice k přímce p procházející bodem K . Najděte množinu všech bodů H .
- Vyřešili byste tento příklad?
- 6.3** Kořeny rovnice $x^3 - x + 1 = 0$ jsou čísla a, b, c . Lenošínští měli určit hodnotu výrazu $a^8 + b^8 + c^8$ a to by to nebyli Lenošínští, kdyby nebyli líní počítat kořeny polynomu. Přesto však tuto hodnotu určili správně. Dokázali byste to také?
- 6.4** To se zase Matěj s Liběnkou jednou šíleně pohádali. A kvůli takové prkotině. No uznejte sami. Matěj tvrdil, že když se koule vepsaná do čtyřstěnu dotýká stěn tohoto čtyřstěnu v jejich těžištích, potom je tento čtyřstěn pravidelný. No a Liběnka si to nemyslela a šarvátka vypukla. Dokažte, že měl Matěj pravdu.
- 6.5** Olej do ohně v této šarvátce přilila Liběnka, když Matějovi tvrdila, že pokud $3 \nmid n$, potom dokáže rozdělit úhel $\frac{\pi}{n}$ na tři stejné části pomocí pravítka a kružítko. To se zase nezdálo Matějovi. Dokažte Matějovi, že tentokrát má Liběnka pravdu.
- 6.6** Matěj už to hádání se svojí sestrou nemohl vydržet a tak vyrazil na vycházku s rodinnými miláčky, psíky Tipem a Tapem. Když je nechal pobíhat po zasněžené louce, začal si z nudy malovat do sněhu nějaké obrazce. Nakreslil kružnici C , dovnitř nakreslil další dvě vzájemně se dotýkající kružnice C_1, C_2 , obě o polovičním poloměru než první kružnice. Dále nakreslil kružnici C_3 dotýkající se kružnice C zevnitř a kružnic C_1, C_2 zvenčí. Nakonec nakreslil kružnici C_4 , která se dotýkala všech čtyř nakreslených kružnic, C zevnitř a C_1, C_3 zvenčí.

Protože se Matěj dlouho nevracel z vycházky, začali o něho mít doma strach. I vyslali Liběňku, aby se ho vydala hledat. Když ho našla a chtěla ho odvést, Matěj ji odbyl s tím, že nepůjde dřív, než se mu podaří dokázat, že čtyřúhelník, jehož vrcholy jsou středy kružnic C, C_1, C_3, C_4 , je obdélník. Pomozte mu s tím.

- 6.7** Na konferenci Lenošinských vědců se sešlo pět významných matematiků. Během této konference každý z těchto matematiků právě dvakrát usnul. Pro každou dvojici těchto matematiků nastala chvíle, kdy spali společně. Dokažte, že nastala chvíle, kdy spali alespoň tři z nich najednou.

Řešení posílejte na adresu:

BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Janáčkovo náměstí 2a
662 95 Brno

WWW: <http://www.math.muni.cz/~brkos>
e-mail: brkos@math.muni.cz