

## Zadání 2. série X. ročníku BRKOSu

Termín odeslání: 10.11.2003

**2.1** Určete všechna reálná čísla  $a$ , pro která platí:

$$\left[ \frac{1}{2}a \right] + \left[ \frac{1}{3}a \right] + \left[ \frac{1}{5}a \right] = a.$$

Pozn.:  $[x]$  je celá část čísla  $x$ .

**2.2** Jestliže  $a, b, c$  jsou strany trojúhelníka, pak platí:

$$2 < \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a^3+b^3+c^3}{abc} \leq 3.$$

Dokažte.

**2.3** Nechť  $ABC$  je ostroúhlý trojúhelník. V něm  $\angle ABC = \angle ACB = 78^\circ$ . Nechť  $D$  a  $E$  jsou body na stranách  $AB$  a  $AC$  tak, že  $\angle BCD = 24^\circ$  a  $\angle CDE = 51^\circ$ . Určete velikost úhlu  $BED$ .

**2.4** Dokažte, že platí:

$$\cot 10^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 40^\circ = 3.$$

**2.5** Řešte v  $\mathbb{N}$ :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2003}$ .

**2.6** Určete, kterým pětistěním lze opsat kouli.

**2.7** Dokažte, že libovolný ostroúhlý trojúhelník lze rozdělit alespoň třemi různými způsoby třemi úsečkami na tři části tak, aby každá část byla osově souměrná.

Řešení posílejte na adresu: BRKOS  
Přírodovědecká fakulta MU  
Janáčkovo náměstí 2a  
662 95 Brno

WWW: <http://www.math.muni.cz/~brkos>  
E-mail: [brkos@math.muni.cz](mailto:brkos@math.muni.cz)