Komentáře

6. série

1. příklad *(opravující Moutes, počet řešitelů: 26, průměrný počet bodů:3,96)*

Přišla celá řada pěkných řešení. Velké části z Vás se povedlo dokázat tvrzení dokonce i pro $n > 3$, ale žádné body navíc za to nedostali. Milovníky lesů bych rád upozornil: I když posíláte řešení elektronicky, my jej tiskneme. Nedávejte tedy obrázky přes celou stranu. Děkuji.

Moutes

2. příklad *(opravující Ted, počet řešitelů: 20, průměrný počet bodů:3,25)*

Druhou úlohu většina řešila tak, jak je vedené i vzorové řešení. Několik z vás zobrazilo bod P v osové souměrnosti podle všech stran obdélníka, což ale vedlo na docela podobnou argumentaci. Pobavil mě zdlouhavý důkaz Honzy Jurky opovrhujícího syntetickou geometrií, který byl ovšem zcela správně a působil nejen komicky, ale i jako demonstrace síly. Děkuji všem za vaše ilustrace k řešením, čitelné poznámky a přesnost vyjadřování a hlavně za přízeň našemu semináři. Těším se na vás na letním soustředění :)

Ted

3. príklad *(opravující Martin, počet řešitelů: 23, průměrný počet bodů:3,60)*

Takmer všetky riešenia začali so správnou myšlienkou a dotiahli ju do zdarného konca. Zvlášť by som chcel pochváliť riešiteľov, ktorí si okrem toho dali záležať aj na čitateľnosti svojho dôkazu. To, že sa vám úloha zdá jednoduchá, by podľa mňa nemal byť dôvod, aby ste k samotnej formulácii riešenia pristupovali ľahostajne. Pre ilustráciu som sa pokúsil napísať vzorové riešenie, ktoré je rozsahom čo možno najkratšie, avšak stále korektné a zrozumiteľné.

Martin

4. příklad *(opravující Viki, počet řešitelů: 11, průměrný počet bodů:2,31)*

Riešení síce nebolo mnoho, ale väčšina sa uberala správnym smerom. Pár z vás sa dostalo až do cieľa, pár z vás veľmi blízko, za čo ste boli patrične ohodnotení. Zlomok bodu dostali aj tí, ktorí sa úlohu pokúsili riešiť, ale nepodarilo sa im sformulovať myšlienku dôkazu.

Viki

5. příklad *(opravující Áďa, počet řešitelů: 28, průměrný počet bodů:3,89)*

Všichni jste vykročili správným směrem a většina došla do zdárného neexistujícího konce. A protože je toto poslední opravování v tomto školním roce, přeji super prázdniny a těším se na Vás v příštím školním roce!

Áďa

6. příklad *(opravující Jindra, počet řešitelů: 20, průměrný počet bodů:2,39)*

V této úloze jste si vyzkoušeli řešit cyklickou soustavu nelineárních rovnic. Byl to trochu záludný příklad, protože sváděl k předpokladu, že u cyklické soustavy se všechny proměnné musí rovnat. Tímto nesprávným předpokladem se příklad stal velmi snadným a postup nemohl být ohodnocený mnoha body. U této konkrétní soustavy to sice vedlo ke správnému řešení, ale obecně to neplatí. Příkladem cyklické soustavy rovnic, kde se proměnné nemusí rovnat, může být třeba soustava $a+b^3=0$, $b+c^3=0$, $c+d^3=0$, $d+a^3=0$, kde je řešením kromě $(0;0;0;0)$ také $(1;-1;1;-1)$ nebo $(-1;1;-1;1)$. Mnozí se však nedali nachytat a důsledně dokázali, že neexistuje žádné jiné řešení. Hezké prázdniny a na viděnou v dalším ročníku Brkosu.

Jindra

7. příklad *(opravující Stopa, počet řešitelů: 11, průměrný počet bodů:2,27)*

Náročnou sedmou úlohu se odvážili řešit jen někteří z vás. A ještě méně z vás ji vyřešilo úspěšně. Všechna úspěšná řešení byla ve své podstatě stejná: dokazovalo se sporem, spočítaly se nějaké součty číslování a vyšlo z toho že dvojka dělí liché číslo, což je kýžený spor. Chválím všechny, kteří se tímto způsobem ke správnému důkazu propracovali, zejména pak chválím Honzu Jurku za to, že pro změnu své (správné) řešení vměstnal na půl stránky, a také Kubu Löwita za jeho sice delší, za to však přehledné a srozumitelné řešení. Naopak nechválím dvojici kouzelníků, kterým se zdánlivě podařilo úlohu dokázat bez použití informace o sudém počtu lidí. Pro korektní zdůvodnění tvrzení „A tak dále" existuje nástroj zvaný matematická indukce. Doporučuje 9/10 brkosích orgů.

Stopa

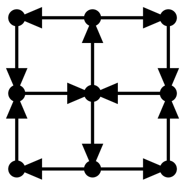
Zadání 1. série

Úvodní guláš

Termín odeslání: 26.10.2015

autor: *Stopa*

Úloha 1.1. Poslední prázdninové dny si Liběnka užívá hraním hry. Hrací pole se sestává z devíti polí spojených šipkami (viz obrázek). V každém tahu se nejprve pohnou již umístěné figurky dle šipek. Vedou-li z pole dvě šipky, figurka se rozdvojí a pokračuje na obě pole. Naopak setkají-li se dvě figurky na konci tohoto pohybu na jednom poli, navzájem se vyhodí a na poli nezůstane žádná. Po tomto pohybu Liběnka umístí figurku na libovolné políčko. Cílem hry je zaplnit všechna políčka figurkami. Jak to může Liběnka provést?



Úloha 1.2. Henry a jeho žena se spolu s dalšími čtyřmi páry zúčastnili letní slavnosti. U přípitku si každý nejprve přiťukl se svým partnerem a poté si přiťukli i s některými dalšími. Henry se na závěr každého z devíti ostatních hostů zeptal, s kolika lidmi si přiťukl. K jeho překvapení mu každý oznámil jiné číslo. S kolika lidmi si přiťukla Henryho žena?

Úloha 1.3. To Matěj většinu prázdnin strávil s Bublou za městem u rybníka. Zrovna seděli na břehu a házeli žabky, když Bubla zvolala: „Matěji, teď se na té vodě objevilo pět kol ve tvaru různých kružnic a každé čtyři z nich měly společný alespoň jeden bod!“ Matěj se zaradoval: „Ale to znamená, že také všech pět dohromady prochází jediným bodem!“ Vaším úkolem je tuto vlastnost dokázat.

Úloha 1.4. Henry měl na ledničce z magnetických cifer poskládanou nějakou mocninu dvojky (číslo tvaru 2^k pro nějaké přirozené k) v desítkovém zápisu. Kolemjdoucí Ňouma ale o ledničku zavadil a všechny cifry z ledničky popadaly. Koumu hned napadlo, jestli by bylo možné všechny cifry naskládat zpět, aby vznikla jiná mocnina dvojky (z pochopitelných důvodů nesmí být nula na začátku zápisu čísla).

Úloha 1.5. Bubla si pořídila na dveře nový číselný zámek. Vybrala si ten nejlevnější na trhu. Klávesnice měla pouze dvě tlačítka: 0 a 1 a kód byl čtyřmístná posloupnost těchto dvou znaků. Matěj hned přemýšlel jak se co nejefektivněji dostat dovnitř. Najděte nejkratší posloupnost znaků 0 a 1 obsahující všechny možné kódy (alespoň jednu). Nezapomeňte na zdůvodnění, proč již nemůže být kratší.

Úloha 1.6. V Hloupětíně na náměstí už zase stavěli monument. Tentokrát šlo o opravdu ambiciózní projekt. Byly zvoleny čtyři body v prostoru neležící v jedné rovině a bylo dohodnuto, že bude sestaven rovnoběžnostěn mající čtyři z osmi vrcholů v těchto bodech. Radní se však neshodli na konkrétní podobě rovnoběžnostěnu. Kolik existuje různých rovnoběžnostěnů se čtyřmi vrcholy v těchto bodech? (Rovnoběžnostěn je čtyřboký hranol s podstavou rovnoběžníku, má tedy šest stěn ve tvaru rovnoběžníku.)

BRKOS Team 2015

Úloha 1.7. V Lenošíně na obecní tabuli bylo napsáno číslo 7^{2015} v desítkové soustavě. Obecní matematik postupně vždy smaže poslední cifru (jednotky) a ke zbytku přičte pětinásobek smazaného. Může tímto způsobem na tabuli vzniknout číslo 2015^7? Svou odpověď řádně zdůvodněte.

Bonusová úloha. Na pamětní desku k monumentu z šesté úlohy má být vyryt důkaz Pythagorovy věty. Město Hloupětín tak vypisuje konkurz na nejkrásnější z nich. Najděte alespoň tři pěkné důkazy.

Svá řešení posílejte na adresu:
BRKOS
Přírodovědecká fakulta MU
Kotlářská 2
611 37 Brno

nebo uploadujte na našich stránkách:
`http://brkos.math.muni.cz/`

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ