Komentář k řešení třetí série

1. příklad *(opravující Janča, počet řešitelů: 31, průměrný počet bodů: 3,80)*

Skoro by se chtělo říct bez komentáře, drtivá většina to má dobře. Jen někteří z vás zapomněli uvážit, že pokud $y = \arcsin x$, pak i $\sin(180^\circ - y) = x$.

Janča

2. příklad *(opravující Emu, počet řešitelů: 23, průměrný počet bodů: 2,98)*

Ačkoliv příklad nebyl težký a téměř všichni z vás jste jej řešili stejně a správně, tak na konci se vyskytl takový drobný chyták a to odmocnění $(a^2 - b^2)^2$, kde většina z vás udělala chybu a nepřidala absolutní hodnotu. Ta tam samozřejmě musí být, protože nikde není řečeno, že $a > b$. Za tuto chybu jsem strhávala 1,5 bodu. Za drobné chybky pak desetinky.

Emu

3. příklad *(opravující Zdeněk, počet řešitelů: 21, průměrný počet bodů: 3,85)*

Tato úloha nedělala nikomu větší problémy. Většina z vás došla k správnému výsledku snadno. Vyskytlo se jen pár řešitelů, kteří dostali výsledek hrubým násilím, tj. vypočítali výsledek pomocí kalkulačky. Je vidět, že příklad nebyl nijak záludný a základy z goniometrie znáte velmi dobře. Snad vás tento součin zaujal stejně jako mě :-)

Zdeněk

4. příklad *(opravující Píta, počet řešitelů: 27, průměrný počet bodů: 2,85)*

Čtvrtý příklad se ukázal jako poměrně snadný, nicméně trochu záludný, neboť bylo potřeba nalézt pět možných řešení. Někteří jste se zřejmě uspojili tím, že se vám povedlo některá řešení najít a nenapadlo vás, že by mohlo existovat ještě nějaké další. Za každé nalezné řešení jste mohli dostat půl bodu. Zbylých jeden a půl bodu jsem uděloval za správné upravení rovnice. Za každou chybu v úpravě jsem pak zpravidla odečítal půl bodu.

Za správné řešení a vtipnou poznámku si pochvalu tentokráte zasloužil Marek Raclavský. Jedná se o mou poslední pochvalu a také můj poslední komentář, neboť se po zimnění s brkosem budu muset rozloučit. Chtěl bych vám proto poděkovat za příjemné chvilky nad vašimi řešeními a za příjemné okamžiky na soustředěních, na kterých jsem se s vámi mohl setkávat. V neposlední řadě bych rád také poděkoval svým kamarádům z řad organizátorů. Budete mi moc chybět!

Píta

BRKOS Team 2011

5. příklad *(opravující Baci, počet řešitelů: 16, průměrný počet bodů: 2,18)*

Väčšina úspešných riešení postupovala štandardným postupom – najprv dôkaz, že ciferný súčet čísla dáva rovnaký zvyšok po delení deviatimi ako samotné číslo a z toho vyvodený dôkaz implikácie v jednom smere. Druhá implikácia bola zvyčajne dokázaná pre $x = \frac{p}{9}$. Niektorí riešitelia sa pokúšali skúmať správanie jednotlivých cifier pri sčítaní a vplyv na výsledný ciferný súčet, touto cestou sa však k úplne úspešnému koncu dopracovalo len jedno riešenie. Mnohí dokázali implikáciu len v jednom smere, prípadne nedokázali rovnosť zvyšku po delení deviatimi pre číslo a jeho ciferný súčet – v takom prípade som musel nejaké body strhnúť.

Baci

6. příklad *(opravující Shymo, počet řešitelů: 26, průměrný počet bodů: 3,13)*

I keď toto bola úloha číslo 6, ja som musel zostať pri tradičnom obodovaní a rozdávať najviac 4 body :-). Tešilo ma, že mnohí z vás naozaj mysleli na všetko a ja som tie 4 mohol písať bez trpkosti. Čo sa týka inšpirujúceho prístupu – tu je namieste pochvala Tomášovi Smolárikovi za riešenie pomocou Cramerovho pravidla.

Shymo

7. příklad *(opravující Zbyněk, počet řešitelů: 4, průměrný počet bodů: 2,62)*

Úloha se v podstatě skládala ze dvou částí. Nejprve bylo třeba nalézt geometrickou interpretaci pomocí kružnic a zdůvodnit, že extrém nastává, pokud tři dotýkající se kružnice mají společnou tečnu. Za tuto část jsem štědře uděloval 1,5 bodu.

Druhá část řešení spočívala v důkazu, že pro poloměry r_1, r_2, r_3 tří kružnic se společnou tečnou platí rovnost

$$\frac{1}{\sqrt{r_1}} = \frac{1}{\sqrt{r_2}} + \frac{1}{\sqrt{r_3}}.$$

Pokud si člověk všiml těch správných pravoúhlých trojúhelníků, bylo to celkem rutinní počítání.

I když úloha mezi sedmičkami za poslední rok a půl patřila spíše k lehčím, byl počet došlých řešení překvapivě malý. Na druhou stranu lze všechny čtyři řešitele pochválit za dobré myšlenky i formální stránku řešení, zvláště bych pak vyzdvihl řešení Pavla Francírka, které jako jediné obsahovalo kompletní důkaz.

Zbyněk