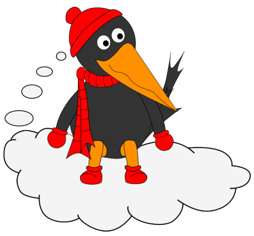
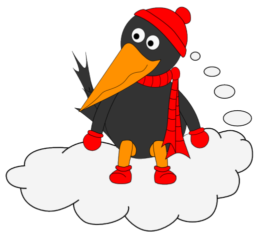


Komentář k řešení

páté série



1. příklad *(opravující Zdeněk, počet řešitelů: 23, průměrný počet bodů: 3,10)*

První příklad nebyl složitý, ale člověk nesměl sklouznout k zjednodušujícímu předpokladu o polynomu $P(f)$. Tuto chybu udělala asi třetina řešitelů. Předpokládali polynom s neurčitými koeficienty stupně 2 nebo 3, vyřešili příslušnou soustavu rovnic a určili koeficienty polynomu. Následně zjistili zbytek po dělení daným polynomem.

Většina řešitelů ale vyšla, stejně jako my ve vzorovém řešení, z věty o dělení polynomů se zbytkem a vyřešila správně příklad pro polynom obecného stupně. Dostali obecnější řešení, které zahrnovalo i řešení méně úspěšných kolegů.

Ti, již nedostali plný počet bodů, musí za domácí úkol prostudovat vzorové řešení a příště chci dávat samý plný počet bodů. :-)

Zdeněk

2. příklad *(opravující Bzzzučík, počet řešitelů: 20, průměrný počet bodů: 2,48)*

Bohužel dost z vás našlo jedno řešení a tím skončili. Ale samozřejmě bylo potřeba dokázat, že toto řešení bylo jediné. Ti, kteří se pustili i do důkazu, to měli většinou správně.

Bzzzučík

3. příklad *(opravující Píta, počet řešitelů: 8, průměrný počet bodů: 1,93)*

Tento příklad provázela drobná nesrovnalost, za kterou bych se ještě jednou rád omluvil. Bohužel se zdá, že se tento fakt promítl do počtu došlých řešení. Z toho mála bylo možné hodnotit plným počtem bodů pouze tři z vás. Ostatní buď uvažovali zcela chybně, nebo nezvládli dokázat, že polynom patého stupně může nabývat nejvýše pěti hodnot z dané množiny.

Žádné originální řešení se neobjevilo, a tak za tuto sérii speciální pochvalu neudělím. Rád bych však poděkoval Jance Baranové, že mi zpříjemnila jedno dlouhé odpoledne programováním tohoto příkladu (resp. části příkladu), a vzkázal jí, že naprogramovat to opravdu bylo rychlejší než vypsat. :-)

Píta

4. příklad *(opravující Zbyněk, počet řešitelů: 12, průměrný počet bodů: 0,87)*

Kompletní řešení této úlohy muselo obsahovat dvě části. Příklad rozkladu pro složená n a důkaz nerozložitelnosti pro n přirozená. S tou první částí se několik z vás popralo úspěšně, s tou druhou to bylo horší. Kompletní důkaz nenašel nikdo, Janka Baranová a Martin Töpfer mu však byli poměrně blízko. Oba přišli na to, že je-li n liché, lze úlohu redukovat na otázku reducibility polynomu $x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + 1$. Zbytek postupu pak, podobně jako vzorové řešení, využívá posun středu a Eisensteinovo kritérium. Není pak ale nutné počítat sumu kombinačních čísel.

BRKOS Team 2010

Tato úloha patřila k letošním nejtěžším. Je zajímavá tím, že k jejímu řešení je potřeba znát či najít několik pěkných vlastností jak polynomů, tak kombinačních čísel.

Zbyněk

5. příklad *(opravující Lenka, počet řešitelů: 32, průměrný počet bodů: 2,89)*

Ze začátku jsem si připadala, že jsme dali na pátou úlohu nějaký jednoduchý příklad, ale pak se situace změnila. Kamenem úrazu bylo to, že jste si na několika členech zkusili, jak posloupnost vypadá, našli jste šestku a desítku. Pak jste usnuli na vavřínech a už jste neukazovali, že žádná další čísla tam nebudou. Jako další problém se ukázalo sčítání malých celých čísel... Body jsem většinou strhávala za chyby v důkazech, které jsem odhalila, za ne moc dobrá zdůvodnění a chybné úvahy. Moji pochvalu si zaslouží všichni, kdo se s touto posloupností úspěšně poprali.

Lenka

6. příklad *(opravující Emu, počet řešitelů: 14, průměrný počet bodů: 2,71)*

Počet řešitelů u této úlohy nebyl zrovna velký, ale za to měl o to víc postupů řešení. ;o) Jako první bych zmínila Menelaovu větu, dále analytické řešení, pak také řešení Tomáše Effenbergera pomocí podobných trojúhelníků a jako poslední také fyzikální řešení Michaela Bílého pomocí hmotných bodů, které se ukázalo býti nejjednodušším. Po jednom bodu jsem rozdala těm, kteří nedokazovali obecně, ale dokázali pouze krajní možnosti, a také těm, kteří bohužel pochopili špatně zadání (rovnoběžku chápali jako rovnoběžku se stranou BC) a tím tedy vyřešili pouze jediný případ, a to když je úsečka MN rovnoběžná s BC.

Emu

7. příklad *(opravující Myreg, počet řešitelů: 16, průměrný počet bodů: 2,25)*

Mnohým z vás bylo asi rychle intuitivně jasné, že dané tvrzení platí. Na úloze bylo nejtěžší tento pocit převést na formální, přesný a neprolomitelný důkaz. Ti nejlepší to zvládli velice precizně na velmi malém prostoru, ti velmi dobří potřebovali více místa, ale stálo to byl důkaz se vším všudy, a ti ostatní se ve svém postupu většinou zamotali. Tak jak tak, doufám, že jste si z této hezké úlohy něco odnesli. :)

Myreg